

VENCIENDO AL TIEMPO: MATEMÁTICAS QUE PERDURAN BEATING TIME: MATHEMATICS THAT LASTS.

Brian Candia-Arochi, Misael Hernández-Hernández, Fernando Muñoz-Bautista, Araceli López-y-López*.

Facultad de Ciencias Básicas, Ingeniería y Tecnología, Universidad Autónoma de Tlaxcala, Calzada Apizaquito S/N, Apizaco, Tlaxcala, 90300, México

*Email: araceli.lopez@uatx.mx

Recibido: 03 de junio de 2024

Aceptado: 27 de septiembre de 2024

RESUMEN

Pasa el tiempo y si los conceptos matemáticos aprendidos, no se utilizan, se olvidan. ¿En qué medida permanecen en la memoria de los estudiantes? El presente trabajo tiene como objetivo averiguar en qué medida algunos conceptos de matemáticas perduran a través del tiempo, se creó un cuestionario de preguntas programado en Quizizz y se aplicó a estudiantes de sexto y octavo semestre de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Autónoma de Tlaxcala. Los resultados mostraron que, en general, los alumnos de sexto semestre tienen un mayor dominio de los conceptos en comparación con los de octavo semestre. Esta iniciativa ha permitido medir de manera efectiva el conocimiento de los estudiantes en áreas clave de la Licenciatura y analizar los datos obtenidos para comprender mejor el nivel de retención y dominio de los conceptos a lo largo del tiempo.

Palabras Clave: matemáticas universitarias, instrumento de evaluación del aprendizaje, álgebra lineal, cálculo integral, programación orientada a objetos.

ABSTRACT

Time passes and if the mathematical concepts learned are not used, they are forgotten. To what extent do they remain in the memory of students? The present work aims to find out to what extent some mathematical concepts endure over time. A questionnaire programmed in Quizizz was created and applied to sixth and eighth semester students of the Bachelor's Degree in Mathematics at the Autonomous University of Tlaxcala. The results showed that, in general, sixth semester students have a greater mastery of the concepts compared to eighth semester students. This initiative has allowed us to effectively measure students' knowledge in key areas of the Bachelor's Degree and analyze the data obtained to better understand the level of retention and mastery of the concepts over time.

Keywords: College Mathematics, Learning Assessment Instrument, Linear Algebra, Integral Calculus, Object Oriented Programming.

1. INTRODUCCIÓN

En matemáticas es importante recordar conceptos tales como subespacios vectoriales, operador lineal, teorema del valor medio, por mencionar algunos, porque se encuentran entrelazados para aprender otros más, así, por ejemplo, en Optimización Lineal se utilizan matrices, determinantes e inversas de ellas, para poder resolver un problema de programación lineal. Por esta razón es importante indagar cuáles conocimientos matemáticos perduran en la memoria de los estudiantes a través del tiempo. Al respecto, los autores elaboraron un instrumento de evaluación, el cual fue validado por profesores de la Licenciatura de Matemáticas Aplicadas de la Facultad de Ciencias Básicas Ingeniería y Tecnología de la Universidad Autónoma de Tlaxcala (UATx), en el período otoño de 2023.

El instrumento consta de una selección de preguntas relacionadas con tres unidades de aprendizaje (UA) fundamentales para el tercer semestre de la Licenciatura, abarcando algunos temas integrados en los respectivos programas analíticos, dichas unidades son: Álgebra Lineal Avanzada, Cálculo Integral y Programación Orientada a Objetos.

En la actividad integradora del cuarto semestre del periodo primavera 2024, el instrumento fue aplicado a estudiantes de sexto y octavo semestre de la Licenciatura, con el objetivo de responder a la siguiente pregunta: ¿En qué medida los estudiantes recuerdan algunos conceptos de matemáticas a lo largo del tiempo?

Para que los estudiantes se sintieran cómodos respondiendo a preguntas de matemáticas, el instrumento se diseñó de manera digital en la plataforma de Quizizz, reconocida por su capacidad de creación y personalización de cuestionarios educativos e interactivos. En la sección 2, se presenta brevemente la plataforma Quizizz, en la sección 3, algunas preguntas del instrumento elaborado por los autores de este trabajo y en la sección 4 se muestran los resultados obtenidos.

2. APRENDIZAJE A TRAVÉS DE QUIZIZZ.

Quizizz es una plataforma en línea gratuita (también tiene la versión de paga la cual permite más funciones) que permite a los usuarios crear, personalizar y responder cuestionarios educativos de manera interactiva (Quizizz).

Los usuarios pueden:

- Crear preguntas de opción múltiple, llenar el espacio en blanco, dibujar la respuesta, entre otros, según el tema que se desee evaluar.
- Personalizar la aplicación de la prueba, con herramientas tales como establecer un horario para la evaluación, límites de tiempo por pregunta, el número de intentos permitidos, presentar una imagen o mensaje ante alguna respuesta errónea, etc.
- Solicitar a la plataforma que genere hojas de cálculo, descargables o imprimibles, con las estadísticas de la prueba ya aplicada; esto como evaluador.
- Quizizz permite el acceso a los evaluados, mediante un código de seis dígitos que debe ser generado por el evaluador.
- La plataforma permite compartir el cuestionario con otras personas por medio del correo electrónico, de manera que las mismas puedan editarlo o aplicarlo.

Asimismo, los participantes responden a las preguntas en tiempo real y conocen su resultado instantáneamente o al finalizar la prueba, según el criterio del evaluador.

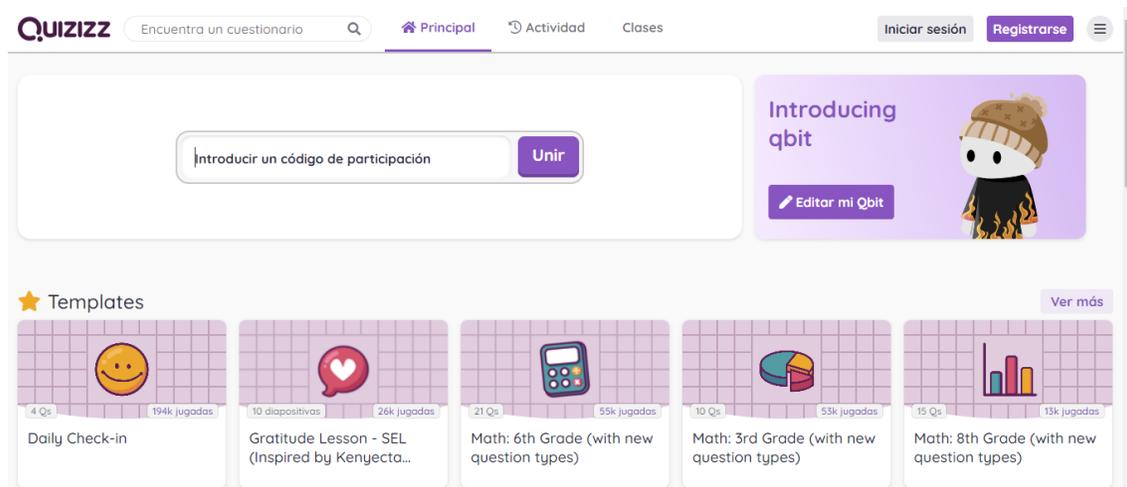


Figura 1. Tablero de la plataforma. Elaborado por Quizizz.

En la Figura 1 se puede apreciar el tablero de la plataforma toda vez que el usuario quiera introducir un código de participación o, si inicia sesión con su correo electrónico, puede crear sus propios cuestionarios.

Por lo anterior, Quizizz es una herramienta útil para evaluar el conocimiento y fomentar la participación en el aprendizaje.

3. PREGUNTAS DEL INSTRUMENTO

En esta sección se presentan algunas preguntas y respuestas del instrumento de evaluación, las cuales fueron validadas por los profesores que impartieron las UA del tercer semestre durante el periodo otoño 2023. Dicho instrumento consta de 12 preguntas de Álgebra Lineal Avanzada, 10 de Cálculo Integral y 10 de Programación Orientada a Objetos, evaluando algunos conceptos de matemáticas.

3.1. Preguntas y respuestas para la UA de Álgebra Lineal.

En esta UA se usó (Lipschutz, 1992) para elaborar preguntas y respuestas, algunas de ellas son:

- ¿Qué es un subespacio vectorial?

Respuestas:

- a) Es un conjunto de vectores linealmente dependientes, cumpliendo con las propiedades de cerradura bajo la suma y la multiplicación por un escalar.
- b) Un subespacio vectorial es un vector multiplicado por la identidad que forma una matriz triangular superior, cumpliendo con las propiedades de que la traspuesta de la matriz es igual a la matriz.
- c) Un subespacio vectorial es un subconjunto no vacío de vectores de V , que forma un espacio vectorial por sí mismo, cumpliendo con las propiedades de este.

- Si A y B son matrices similares de $n \times n$. Entonces:

Respuestas:

- a) Al menos una matriz es diagonal superior.
- b) Al multiplicarlas nos dará como resultado la identidad.
- c) La suma de la diagonal principal de A es igual a $\text{traza}(B)$.
- d) Cuando sus entradas respectivas son iguales.

- Supongamos que T es un operador lineal en un espacio vectorial V de dimensión finita, además T es inyectiva, también podemos decir que:

Respuestas:

- a) El determinante de T es igual a cero.
- b) Su polinomio característico tiene raíces distintas.
- c) $\text{Ker } T = \{0\}$.
- d) Ninguna de las anteriores.

3.2. Preguntas y respuestas para la UA de Programación Orientada a Objetos.

Para elaborar las preguntas y respuestas de Programación Orientada a Objetos se utilizó (Leon, 2015) y algunas de ellas son:

- ¿Qué es Python y cuál es su principal ventaja?

Respuestas:

- a) Python es un lenguaje de programación de alto nivel y su principal ventaja es su simplicidad y legibilidad de código.
- b) Es muy colorido en cuanto al diseño
- c) Es un lenguaje que tiende a ser muy complejo, pero que tiene funciones muy avanzadas y de suma importancia.
- d) Es un lenguaje que se centra en el ámbito de gráfica de funciones en 3D

- ¿Cómo declarar una variable en Python?

Respuestas:

- a) Utilizando el operador de asignación (=)
- b) Utilizando el operador de asignación (*)
- c) Utilizando el operador de asignación (+)
- d) Utilizando el operador de asignación (-)

- ¿Qué es un bucle "for" en Python?

Respuestas:

- a) Un bucle 'for' en Python es una estructura de control que permite repetir un bloque de código un número determinado de veces.
- b) Es una librería que nos permite hacer operaciones matemáticas extensas.
- c) Es un comando que nos permite generar arreglos fácilmente.

3.3. Preguntas y respuestas para la UA de Cálculo Integral.

Para elaborar las preguntas y respuestas de Cálculo integral se utilizó (Stewart, 2012) y algunas de ellas son:

- ¿Cómo se define la $\tan^{-1}(x)$?

Respuestas:

- a) $\tan^{-1}(x) = \theta \Leftrightarrow x = \tan(\theta)$
- b) $\tan^{-1}(x) = \theta \Leftrightarrow \frac{1}{\tan^{-1}(x)} = \theta$
- c) $\tan^{-1}(x) = \theta \Leftrightarrow x = \cot(\theta)$

- De acuerdo con el Teorema del Valor Medio. Sea f una función continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) . Entonces existe al menos un número $c \in (a, b)$ tal que...

Respuestas:

a) $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

b) $f'(c) = \frac{f'(b) - f'(a)}{b - a}$

c) $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

- $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$

Respuestas:

a) Verdadero.

b) Falso.

El instrumento de evaluación se aplicó a dos grupos de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas de la Facultad de Ciencias Básicas Ingeniería y Tecnología de la UATx.

El primer grupo lo integraron 5 alumnos de sexto semestre, quienes dieron respuesta al instrumento en un horario de las 8:00 - 9:00 horas del día viernes 23 de febrero de 2024.

El segundo grupo lo conformaron los 9 alumnos de octavo semestre, quienes, de manera similar, contestaron el instrumento de las 8:00 a las 9:00 horas del primero de marzo de 2024.

Cabe señalar que estos grupos ya cursaron Álgebra lineal, Cálculo Integral y Programación Orientada a Objetos, las cuales son UA del tercer semestre, en la siguiente sección se muestran los resultados obtenidos después de aplicar el instrumento y se mencionan algunos de los conceptos que perduran en su memoria.

4. RESULTADOS.

Los resultados obtenidos en cada grupo se muestran en la Figura 2.



Figura 2. . Porcentaje de aciertos del primer grupo en Álgebra Lineal Avanzada.

Se puede observar que el porcentaje de los aciertos que obtuvo el primer grupo en la unidad de Álgebra Lineal Avanzada fue del 63%. Se puede ver que los estudiantes de este grupo recuerdan bien los temas de la traza de una matriz, eigenvalores, operadores lineales, la definición de una matriz inversa y definición del producto interno canónico; en cambio, a los estudiantes se les complicó la definición de un espacio vectorial, en qué consiste el proceso de Gram-Schmidt y

definición del producto interno canónico. La mayor parte del grupo tuvo el mismo número de aciertos.

En la Figura 3 se puede observar que el porcentaje de los aciertos que obtuvo el segundo grupo en la unidad de Álgebra Lineal Avanzada fue del 54%. Se puede ver que los estudiantes de octavo semestre tuvieron menor porcentaje de aciertos en comparación del primer grupo y al aplicar el instrumento se notaron más nerviosos. Los estudiantes de este grupo recuerdan bien los temas de la traza de una matriz, eigenvalores, la definición de una matriz inversa, definición de subespacio vectorial y definición del producto interno canónico; en cambio, a los estudiantes se les complicó la definición de una matriz hermítica, en qué consiste el proceso de Gram-Schmidt y en qué consiste el operador lineal. La mayor parte del grupo tuvo el mismo número de aciertos.

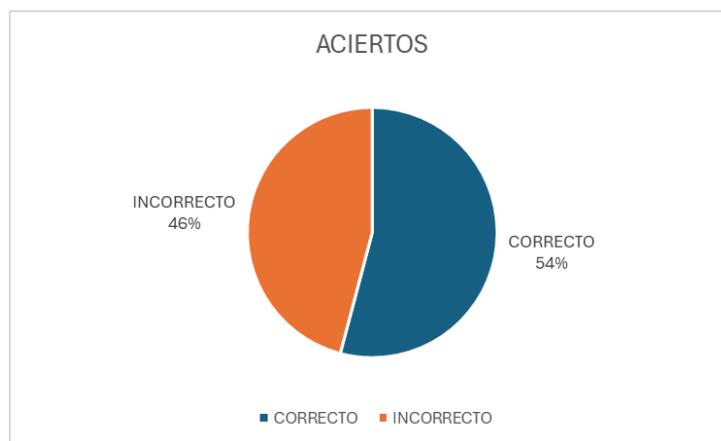


Figura 3. Porcentaje de aciertos del segundo en Álgebra Lineal Avanzada.

En la Figura 4 se puede observar que el porcentaje de los aciertos que obtuvo el primer grupo en la unidad de Programación Orientada a Objetos fue del 70%. Los estudiantes de este grupo no recuerdan bien algunos conceptos básicos, como lo es la herramienta de bucle *for* y la ventaja de este tipo de lenguaje de programación; sin embargo, los estudiantes recuerdan bien el cómo declarar una variable y el objetivo principal que tiene este tipo de lenguaje de programación.

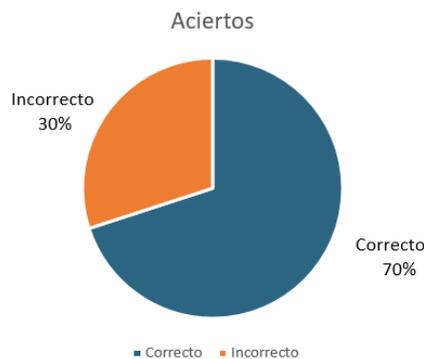


Figura 4. Porcentaje de aciertos del primer grupo en Programación Orientada a Objetos.

En la Figura 5 se puede observar que el porcentaje de los aciertos que obtuvo el segundo grupo en la unidad de Programación Orientada a Objetos fue del 57.54%. Se puede ver que, en comparación a los estudiantes de sexto semestre, obtuvieron un porcentaje más bajo y se les notó con más nerviosismo. Los estudiantes presentan dificultades en reconocer qué es una clase en Python, en identificar algunas bibliotecas principales y en distinguir las aplicaciones que tiene dicho lenguaje.

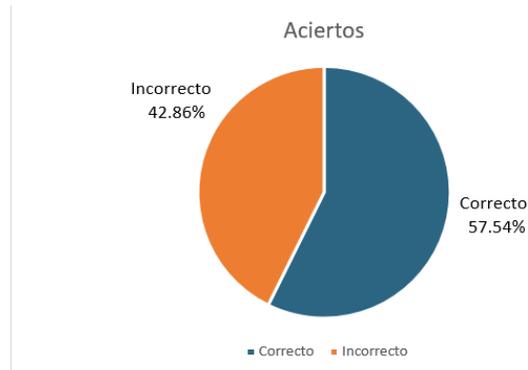


Figura 5. Porcentaje de aciertos del segundo grupo en Programación Orientada a Objetos.

En la Figura 6 se muestra el porcentaje de aciertos promedio que el primer grupo presentó al responder cada pregunta en la unidad de Cálculo Integral fue del 68%. Se puede ver que los estudiantes de este grupo recuerdan bien los temas del Teorema Fundamental del Cálculo, la convergencia de sucesiones, las características de la función seno y las propiedades de la integral; en cambio, a los estudiantes se les complicó la definición de la tangente inversa, el Teorema del Valor Medio y las formas indeterminadas de límites. La mayor parte del grupo tuvo arriba de cinco aciertos.

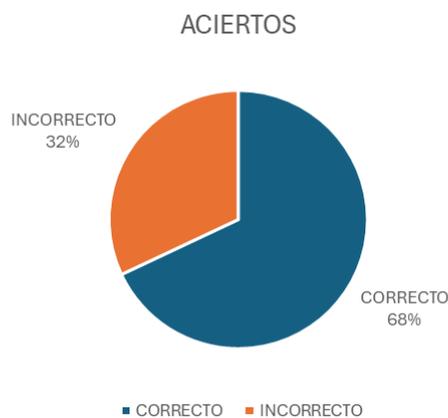


Figura 6. Porcentaje de aciertos del primer grupo en Cálculo Integral.

En la Figura 7 se muestra el porcentaje de aciertos promedio que el segundo grupo presentó al responder cada pregunta en la unidad de Cálculo Integral fue del 58%.

Se puede observar que los estudiantes del primer grupo tuvieron un mayor porcentaje de aciertos con respecto a los del segundo grupo, además éstos últimos se mostraron más nerviosos e indecisos durante la aplicación del instrumento.

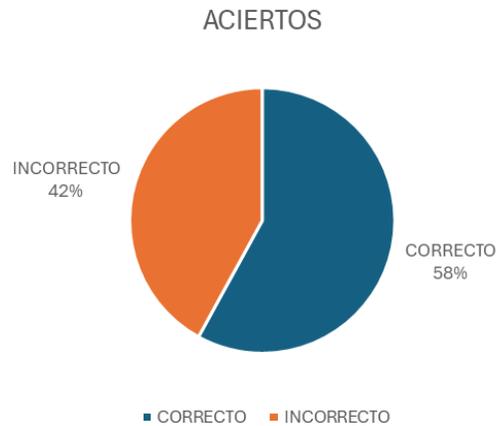


Figura 7. Porcentaje de aciertos del segundo grupo en Cálculo Integral.

A continuación, se presentan algunas imágenes de las hojas que los estudiantes utilizaron para responder las preguntas: ¿Cómo te sentiste durante la prueba? ¿Cómo te sentiste con tus resultados? (Figuras 8 y 9).

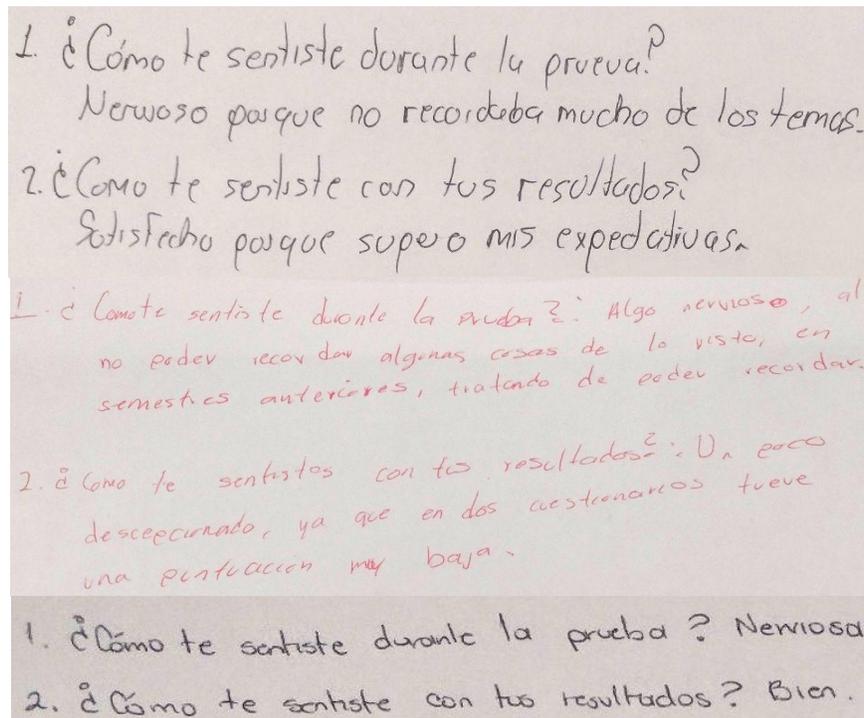


Figura 8. Imágenes de respuestas proporcionadas por estudiantes.

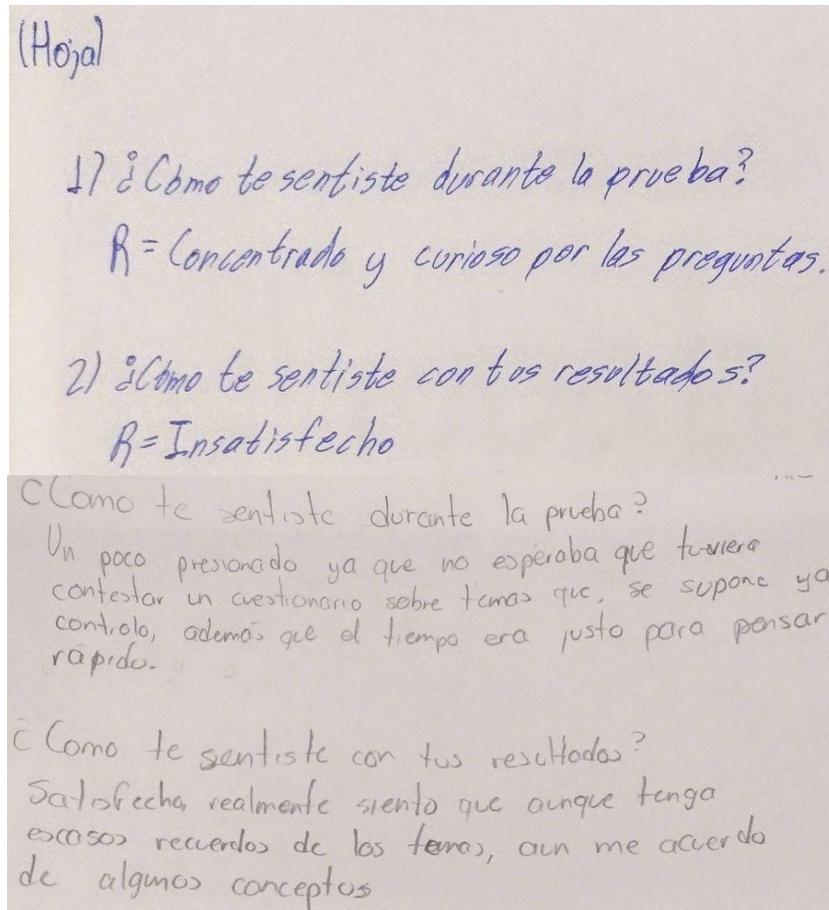


Figura 9. Imágenes de respuestas proporcionadas por estudiantes.

En estas imágenes se puede observar que los estudiantes admitieron sentirse nerviosos o presionados durante la prueba. La mayoría expresó que reconocía la necesidad de repasar algunos de los conceptos tratados en el instrumento, pues ya no los dominaban. Al mismo tiempo que los estudiantes se mostraron divididos en cuanto a la percepción de sus resultados, algunos exteriorizan satisfacción mientras que otros no estaban tan complacidos, revelando que los evaluados tenían cierto interés por la prueba, a pesar de que la misma no les representaba algún valor académico.

5. CONCLUSIONES

En los resultados se observa que los estudiantes del sexto semestre exhibieron un desempeño superior en comparación con los del octavo semestre; ya que los primeros recordaron mayor número de conceptos matemáticos, del tercer semestre. Esto puede atribuirse al tiempo transcurrido entre los semestres, quizá una ventaja en la prueba. Además, es notable que algunos estudiantes del octavo semestre mostraron signos de nerviosismo durante la evaluación, lo que podría haber afectado ligeramente su rendimiento. Este hallazgo subraya la importancia de actualizar y revisar continuamente los conocimientos, así como de manejar el estrés y la ansiedad durante las evaluaciones para lograr un rendimiento óptimo, al respecto, el instrumento de evaluación presentado en este trabajo permite a los profesores evaluar los conocimientos de matemáticas a nivel Licenciatura de sus alumnos, mientras que a éstos últimos les puede servir para autoevaluarse y, en su caso, fortalecer sus aprendizajes.

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses.

REFERENCIAS

Quizizz | Free Online Quizzes, Lessons, Activities and Homework. (s. f.). <https://quizizz.com/?lng=es-ES>

Lipschutz, S.(1992). Algebra lineal (2da ed.). McGraw-Hill Interamericana.

Leon, E. (2015). Programación Orientada a Objetos (POO). www.academia.edu. Recuperado de https://www.academia.edu/11537928/Libro_programacion_orientada_a_objetos_POO_

Stewart, J. (2012) Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas. Séptima edición. CENGAGE Learning.