https://n9.cl/jocytec
Valencia-Santos y col,; JOCYTEC: Jóvenes en la ciencia y la tecnología.
Vol 1., No. 1. (2023), 16-22

LADRILLOS MÁS, LADRILLOS MENOS: UN MODELO MATEMÁTICO DE LOS MUROS ONDULADOS DE IPSWICH .

GIVE OR TAKE A FEW BRICKS: A MATHEMATICAL MODEL OF THE WAVY WALLS OF IPSWICH

Ailin Desireé Valencia-Santos [1], Vanessa Carrasco-Rodríguez[1], Eduardo López-López[1]*, Araceli López-y López[1]

1Facultad de Ciencias Básicas, Ingeniería y Tecnología Universidad Autónoma deTlaxcala

*Email: eduardo.lopez01@uatx.mx
Recibido:12 de octubre de 2023 Aceptado: 08 de noviembre de 2023

RESUMEN

Con la intención de destacar uno de los múltiples usos e interpretaciones de la integral se propuso el análisis de un artículo, a los estudiantes del segundo semestre de Ingeniería Química de la Universidad Autónoma de Tlaxcala, donde aseguran (sin demostrar) que los famosos muros ondulados *crinkle crankle,* de Ipswich, capital del condado de Suffolk (Inglaterra) Reino Unido ocupan menos material que los muros convencionales. Utilizando la integal de línea demostramos que esta afirmación no es necesariamente cierta. Se deduce la cantidad de ladrillos usados durante la construcción de un muro ondulado y uno convencional de la misma longitud; sin tomar en cuenta factores como resistencia de materiales o reforzamientos aplicados a los muros.

Palabras Clave: Aplicaciones de la Integral, Integrales de línea, Integración numérica, Muros ondulados.

ABSTRACT

Aiming to spotlight one of its many uses and interpretations of the integral, an analysis of an article was proposed to the second semester students of Chemical Engineering at the Autonomous University of Tlaxcala, where they assure (without demonstrating) that the famous “crinkle crankle” walls, from Ipswich, the county capital of Suffolk (England) United Kingdom, use fewer bricks than conventional walls. Using the line integral, we prove that this statement is not necessarily true. The quantity of bricks used during the construction of a wavy wall and a conventional one of the same length, is deduced without considering factors such as material resistance or reinforcements applied to the walls.

Keywords: Applications of the Integral, Line Integrals, Numerical Integration, Wavy walls

1. INTRODUCCIÓN

Recientemente, un artículo fue publicado en el sitio web de *The Epoch Times en español*, (Mason, 2023), un medio de comunicación que ofrece noticias internacionales y de última hora en español, en donde la autora muestra la belleza de una singular forma de construir muros: muros ondulados. Se cuenta con registros de este tipo de muros que datan del antiguo Egipto (Roberson, 2014). En Inglaterra fue adoptada aproximadamente durante el siglo XVII.

Las fotografías en el artículo muestran hermosas construcciones de muros que separan jardines de caminos y protegen construcciones de propiedad privada. Aparte de su singular belleza y valor arquitectónico una afirmación en el título llamó nuestra atención "… históricas paredes que usan menos ladrillos…" (Mason, 2023). ¿Es esto posible? Contra toda intuición, la autora del artículo afirma sin demostrar que se usarían menos ladrillos en este tipo de construcción que una convencional de la presente época. Esta frase contraintuitiva es el detonante del presente estudio.

Dado que no tenemos acceso a datos reales de los muros, y recordando que el propósito del estudio es mostrar los usos de la integral, haremos algunas suposiciones:

1. La periodicidad de las ondulaciones en los muros puede ser modelada utilizando una función circular (ver Figura 1).
2. Dado que el muro es periódico, basta con considerar sólo uno de sus arcos.

Figura 1. Muros ondulados en Ipswich, Inglaterra. Tomada de https://es-mb.theepochtimes.com/muros-ondulados-historicas-paredes-que-usan-menos-ladrillos-y-protegen-las-plantas_1115502.html/amp

En este artículo calcularemos la longitud de un arco del muro (utilizando la integral definida) y calcularemos el número de ladrillos que requería construir un muro ondulado similar y un muro recto. Compararemos los resultados y determinaremos si es verdadera o no la afirmación del título del artículo de Mason (2023).

1.1. Una aproximación a la longitud del muro

La distancia que separa dos puntos es fácil de medir si el recorrido es recto; sin embargo, si el recorrido presenta ondulaciones, como en el muro, no es una tarea sencilla. No obstante es posible generalizar la idea de medir un recorrido recto para hacer lo propio en rutas sinuosas. Esta idea no es nueva, ya era conocida y utilizada en época de los griegos (Stillwell, 1989).

Con el propósito de aproximar la longitud del muro, supongamos que tenemos una función con la que podemos representar su forma. Además, supongamos que su derivada es continua (es decir, la función es suave) sobre un intervalo $[a, b]$. Hagamos una partición regular sobre el intervalo

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n = b,$$

donde la distancia entre cada punto de la partición es la misma y está denotada como

$$\Delta x_k = x_k - x_{k-1}.$$

La longitud de la curva se puede aproximar si sumamos cada una de las longitudes de las cuerdas formadas por los puntos $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$ y $(x_k, f(x_k))$ (ver Figura 2)

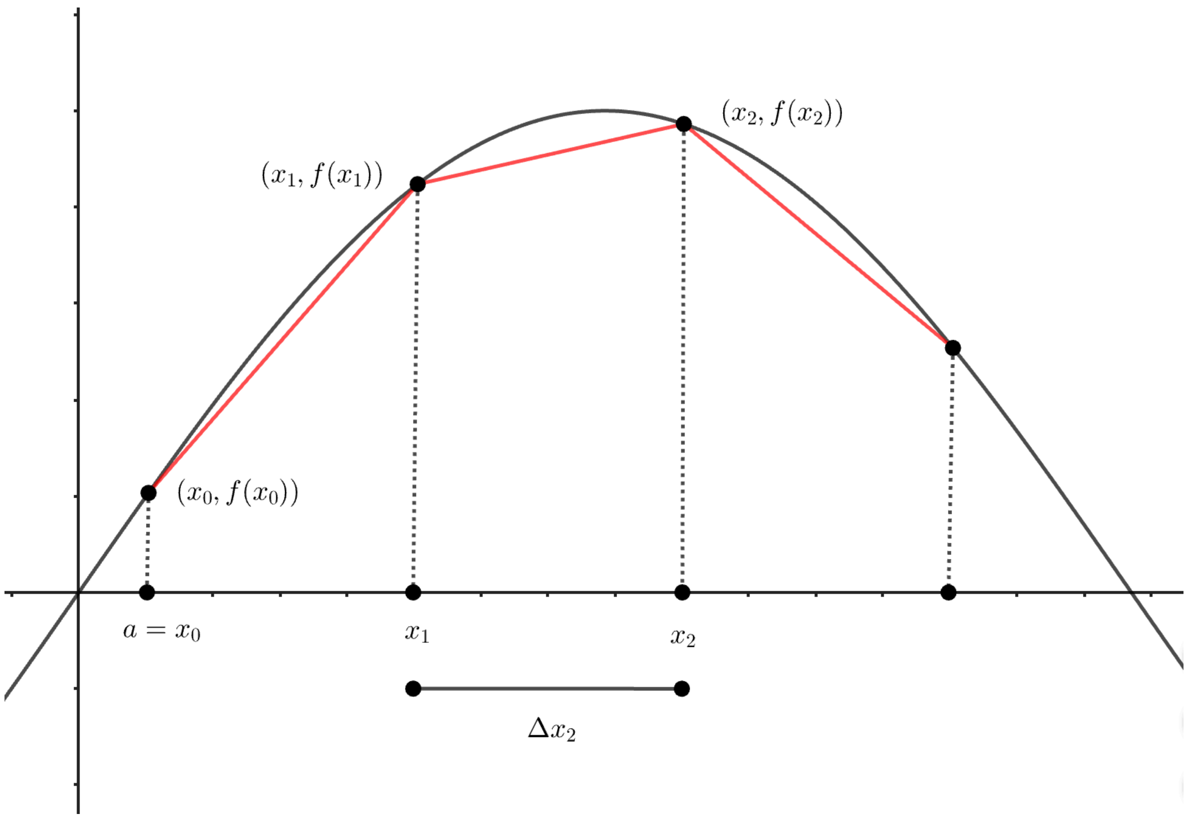

Figura 2. Partición para aproximar la longitud de una curva. Mientras más fina es la partición mejor es la aproximación a la longitud de la curva

Cada longitud de cada cuerda L_k, en rojo en el Figura 2, puede ser calculada mediante la fórmula de distancia entre dos puntos (Lehman, 1989)

$$L_k = \sqrt{(\Delta x_k)^2 + (\Delta y_k)^2} = \sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + \big(f(x_k) - f(x_{k-1})\big)^2}, \tag{1}$$

por el teorema del valor medio (Lax, 2014), para cada intervalo (x_{k-1}, x_k) existe un x_k^* tal que

$$f(x_k) - f(x_{k-1}) = f'(x_k^*)(x_k - x_{k-1}). \tag{2}$$

Sustituyéndolo (2) en (1)

$$L_k = \sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + \left(f'(x_k^*)(x_k - x_{k-1})\right)^2}$$

factorizando el término común $(x_k - x_{k-1})^2$ se tiene

$$L_k = \sqrt{(1 + (f'(x_k^*))^2(x_k - x_{k-1})^2},$$

de esta forma, la longitud de cada segmento se puede calcular usando

$$L_k = \sqrt{(1 + (f'(x_k^*))^2}(x_k - x_{k-1}) = \sqrt{(1 + (f'(x_k^*))^2}(\Delta x_k),$$

y, finalmente, la longitud de la aproximación a la longitud de la curva es

$$L_N = \sum_{k=1}^{n} L_k = \sum_{k=1}^{n} \sqrt{(1 + (f'(x_k^*))^2}(\Delta x_k) \tag{3}$$

donde el subíndice N se ha usado para denotar que se está partiendo el intervalo (a, b) en n subintervalos de longitud Δx_k; es decir, aún no hemos calculado la longitud "real" de la curva, sino hemos logrado medir una poligonal, que consiste en la unión de n segmentos rectos, y que está "suficientemente cerca" de la curva que pretendemos medir.

2. MÉTODOS

Para calcular el número de ladrillos que se requiere para construir un muro ondulado puede estimarse la longitud de uno de sus arcos (marcado en rojo en la Figura 3). Con tal propósito haremos crecer arbitrariamente el número de subintervalos en (3); *i.e.* haremos $n \to \infty$. Matemáticamente, si L denota la longitud del arco:

$$L = \int_a^b \sqrt{(1 + (f'(x))^2} dx. \tag{4}$$

Supondremos que este arco corresponde a la función seno; es decir, $f(x) = \mathrm{A} \sin \alpha x$ con A y α parámetros positivos. En términos simples, el parámetro A representa que tan "estirado" está el arco y α qué tan cerrado está (ver Figura 4). Siguiendo esta idea se tiene que $a = 0$ y $b = \alpha\pi$ por lo que la longitud del arco (4) queda como

$$L = \int_0^{\alpha\pi} \sqrt{(1 + (A\alpha \cos \alpha x)^2} dx. \tag{5}$$

Desafortunadamente, como casi todas las integrales de longitud de arco, esta integral no es sencilla de calcular "a mano" pero podemos echar mano de un recurso numérico bastante útil: GeoGebra, que es una herramienta gratuita de matemáticas que permite crear y explorar gráficas, entre otras cosas. Mediante un sencillo código es posible integrar numéricamente (5) para diferentes valores de los parámetros (ver Figura 5)

Figura 3. Para modelar la longitud, es posible considerar sólo un arco (marcado en rojo) debido a la forma periódica del muro. Tomada de https://es-mb.theepochtimes.com/muros-ondulados-historicas-paredes-que-usan-menos-ladrillos-y-protegen-las-plantas_1115502.html/amp

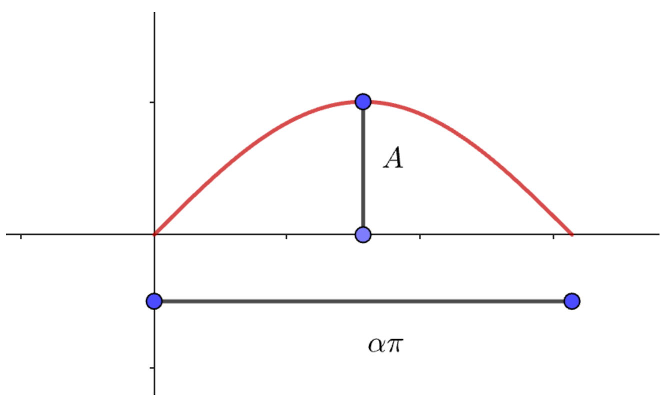

Figura 4. Modelo del arco de muro. Se utiliza la función $f(x) = \text{A} \sin \alpha x$, para el intervalo se usa $a = 0$ y $b = \alpha\pi$

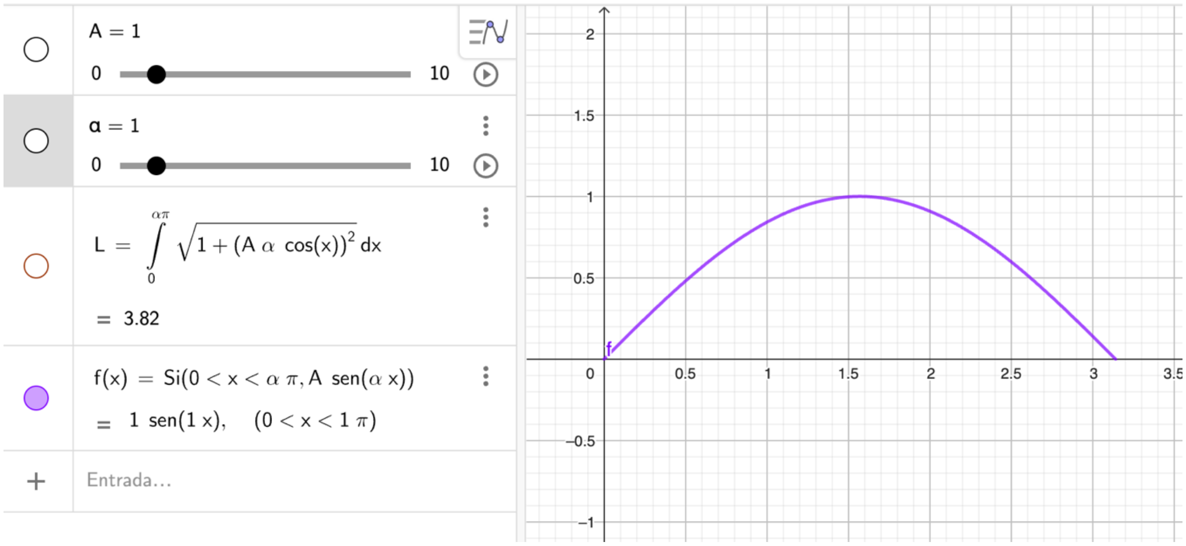

Figura 5. Código usado en GeoGebra para diferentes valores de los parámetros A y α.

Tabla 1. Resultados obtenidos para diferentes valores de los parámetros. La longitud del muro recto es $\alpha\pi$.

Parámetro		**Longitud del muro**	
A	a	Recto	Ondulado
	0.1	0.31	0.32
	0.5	1.57	1.72
1	1	3.14	3.82
	1.5	4.71	6.87
	2	6.28	10.54

En la Tabla 1, se presentan las longitudes obtenidas para diferentes valores de los parámetros, la longitud del muro recto se calcula mediante la fórmula $\alpha\pi$.

Las dimensiones de un ladrillo rojo convencional son:

- Alto: 9 cm (más 1 cm de junta da 10 cm)
- Ancho: 13 cm (más 2 cm de tarrajeo da 15 cm)
- Largo: 24 cm (más 1 cm de junta da 25 cm)

si suponemos que no llevarán mortero, construir la primer línea de un arco de muro cuya base mida π metros, tomará aproximadamente 13.08 ladrillos si es recto mientras que serán 15.91 ladrillos. Obviamente, mientras más líneas de ladrillos aumentemos, mayor será la diferencia de material usado entre un muro ondulado y uno recto. Este resultado no es sorprendente; es algo que la intuición ya nos prevenía; sin embargo, en esta ocasión se ha demostrado matemáticamente

2. CONCLUSIONES

En este artículo se ha presentado una aplicación de las integrales para calcular la longitud de arco de un muro ondulado, como los que se encuentran en Ipswich, Inglaterra. Se ha demostrado matemáticamente que un muro recto ocupa menos ladrillos que uno ondulado, bajo la suposición de que la forma de este último se puede modelar usando una función seno. Se han realizado cálculos para diferentes valores de la frecuencia y la amplitud de la onda, resolviendo la integral resultante numéricamente. Los resultados muestran que la longitud de arco del muro ondulado aumenta conforme se incrementan la frecuencia y la amplitud, lo que implica un mayor consumo de material y un mayor costo de construcción. Se sugiere realizar más estudios para analizar otras formas de onda y otros factores que puedan influir en el diseño y la eficiencia de los muros ondulados. El presente estudio se hizo únicamente bajo la hipótesis de longitud, sin considerar resitencia la cual, dados los años en que se han mantenido en pie los muros de Ipswich, es sin lugar a duda superior.

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses.

REFERENCIAS

Lax, P. D., & Terrell, M. S. (2014). *Calculus with applications*. New York, NY: Springer.

Lehmann, C. (1989). *Geometría Analítica*. LIMUSA, S.A. de C.V.

Mason, A. (30 de marzo de 2023). *Muros ondulados: Históricas paredes que usan menos ladrillos y protegen las plantas.* The Epoc Times. Recuperado el 30 de marzo de 2023. https://es-mb.theepochtimes.com/muros-ondulados-historicas-paredes-que-usan-menos-ladrillos-y-protegen-las-plantas_1115502.html/amp

Roberson, J. A. (2014). *The Ancient Egyptian Books of the Earth (Vol. 1)*. ISD LLC.

Stillwell, J., & Stillwell, J. (1989). *Mathematics and its History* (Vol. 3). New York: Springer.